1.12. Senkrechte Vektoren

Es ist praktisch, wenn man weiß, wie man zu einem gegebenen Vektor einen anderen Vektor bestimmen kann, der senkrecht zu dem ersten Vektor verläuft.

Bestimmung eines senkrechten Vektors im zweidimensionalen Raum R²

Vertausche einfach die Komponenten und ändern bei einer Komponente das Vorzeichen:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \quad oder \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Mittels Skalarprodukt (S.17) können wir die Probe durchführen, nämlich zeigen, dass Vektor a und b senkrecht aufeinander stehen, denn das Ergebnis des Skalarproduktes wird Null sein.

Bestimmung eines senkrechten Vektors im dreidimensionalen Raum R³

Versuchen wir das gleich an einem Beispiel zu erkennen:

Gegeben ist der Vektor a: $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ Gesucht ist Vektor b: $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

Der Ansatz läuft über das Skalarprodukt (S.17), welches ja bei den beiden Vektoren a und b Null ergeben soll, da die beiden senkrecht zueinander sein sollen:

$$\vec{a} * \vec{b} = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = 0$$

Für zwei Komponenten von Vektor b dürfen wir uns jetzt Werte ausdenken, also frei wählen. Für die erste Komponente wählen wir -2 und für die zweite Komponente wählen wir -3. Wir erhalten dann folgenden Ausdruck, bei dem wir anschließend die linke Seite mit der Regel für das Skalarprodukt auflösen

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ b_3 \end{pmatrix} = 0$$

$$1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) + 4 \cdot b_3 = 0$$

Die entstandene Gleichung kann man nach der verbliebenen Komponente auflösen:

$$\begin{aligned} -2 - 6 + 4b_3 &= 0 \\ -8 + 4b_3 &= 0 \quad |+8 \\ 4b_3 &= 8 \quad |:4 \\ b_3 &= 2 \end{aligned} \quad => \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Auch hier können wir mittels Skalarprodukt die Probe durchführen.