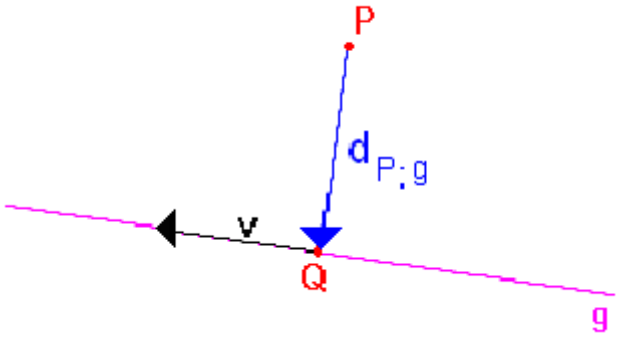
Abstand Punkt und Gerade (Variante 1: Hilfsebene)



Für den Abstand $d_{P;g}$ eines Punktes $P\left(p_x \mid p_y \mid p_z\right)$ zur Geraden $g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{v}$ gilt:

Variante 1: Zur Bestimmung des Lotfußpunktes Q wird eine Hilfsebene H in Koordinatenform aufgestellt. Die Hilfsebene H enthält den Punkt P ($\vec{p}$ ist Stützvektor der Hilfsebene H) und verläuft senkrecht zur Geraden g (Richtungsvektor von g, also $\vec{v}$, ist Normalenvektor der Hilfsebene H)

$\boxed{d_{P;g} = \left|\vec{PQ}\right|}$ mit $\boxed{\vec{PQ} = \vec{q} - \vec{p}}$

Für den Ortsvektor $\vec{p}$ des Punktes P gilt: $\boxed{\vec{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}}$

Für den Ortsvektor $\vec{q}$ des Lotfußpunktes Q als Schnittpunkt der Hilfsebene H in Koordinatenform und der Geraden g gilt:

$\boxed{g \text{ in } H}$ mit $\boxed{g: \vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{v}}$ und $\boxed{H: \vec{v} * \vec{x} = \vec{v} * \vec{p}}$

P	= Punkt P, dessen Abstand zu g bestimmt werden soll
p_x, p_y, p_z	= Koordinaten des Punktes P
g	= Gerade g
Q	= Lotfußpunkt Q (Schnittpunkt von g und H)
H	= Hilfsebene (enthält P und ist senkrecht zu g)
$\vec{PQ}$	= Vektor zwischen P und Q
$d_{P;g}$	= Abstand des Punktes P zur Geraden g
$\vec{a}$	= Stützvektor der Geraden g
$\vec{v}$	= Richtungsvektor der Geraden g
r	= Parameter der Geraden g
$*$	= Skalarprodukt
$\lvert\ \rvert$	= Betrag eines Vektors