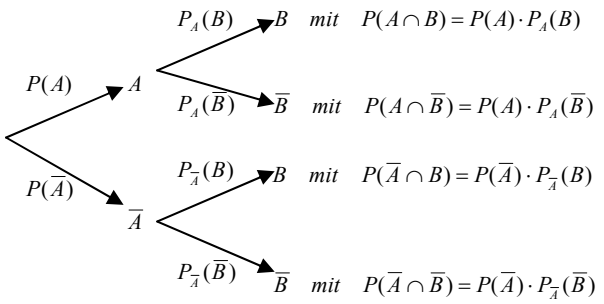
Bedingte (abhängige) Wahrscheinlichkeit



Baumdiagramm

	A	$\overline{A}$	
B	$P(A \cap B)$	$P(\overline{A} \cap B)$	$P(B)$
$\overline{B}$	$P(A \cap \overline{B})$	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	$P(\overline{B})$
	$P(A)$	$P(\overline{A})$	$1 = 100\%$

Vierfelder-Tafel

Schreibweise: $P_B(A)$ oder $P(A \mid B)$

Sprechweise: Wahrscheinlichkeit von Ereignis A mit der Bedingung (Voraussetzung), dass vorher das Ereignis B eingetreten ist.

Ereignisse bzw. Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen sind bedingt bzw. abhängig, wenn eine der folgenden Ansätze erfüllt ist (wenn nicht, dann unabhängig):

1. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten unterscheiden sich:

$P_B(A) \neq P_{\overline{B}}(A)$ oder $P_A(B) \neq P_{\overline{A}}(B)$ Legende siehe auf der nächsten Seite

2. Die bedingten Wahrscheinlichkeiten unterscheiden sich von der totalen Wahrscheinlichkeit

$P_B(A) \neq P(A)$, $P_{\overline{B}}(A) \neq P(A)$ oder $P_A(B) \neq P(B)$, $P_{\overline{A}}(B) \neq P(B)$ Legende siehe auf der nächsten Seite

3. Die Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge lässt sich nicht durch Multiplikation der totalen Wahrscheinlichkeiten berechnen.

$P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ => Ereignisse A und B sind abhängig

Bayes'sche Formel: Handelt es sich um bedingte (abhängige) Ereignisse, so kann man deren Wahrscheinlichkeit mit folgender Formel berechnen

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P_B(A) = \frac{P(A) \cdot P_A(B)}{P(B)} \Rightarrow P_B(A) = \frac{P(A) \cdot P_A(B)}{P(A) \cdot P_A(B) + P(\overline{A}) \cdot P_{\overline{A}}(B)}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(B) \cdot P_B(A)}{P(A)} \Rightarrow P_A(B) = \frac{P(B) \cdot P_B(A)}{P(B) \cdot P_B(A) + P(\overline{B}) \cdot P_{\overline{B}}(A)}$$