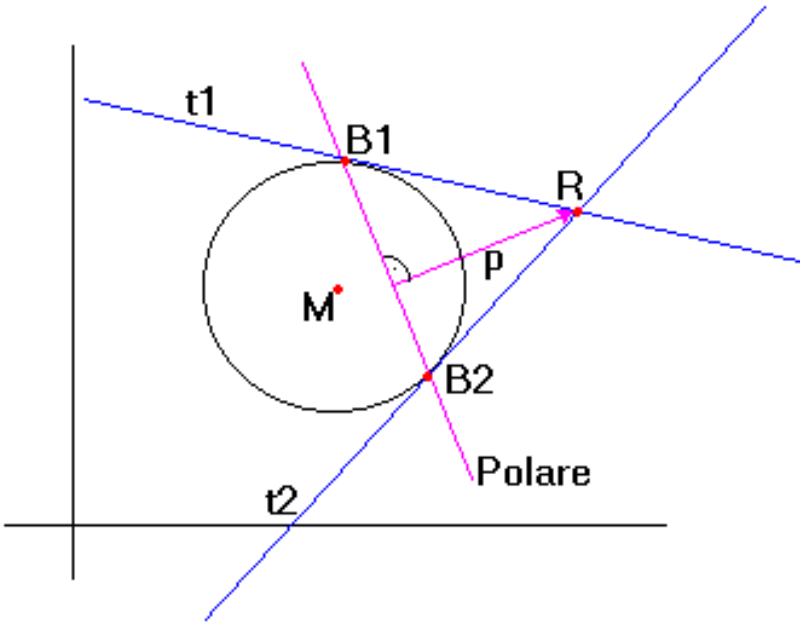
7.3. Polare / Polarebene beim Kreis / Kugel

Ein Kreis hat eine Polare, während eine Kugel eine Polarebene hat. Um das besser zu verstehen, schau dir bitte folgende Skizze genau an. Wir sehen einen Punkt R außerhalb des Kreises. Von diesem Punkt ausgehend werden zum Kreis die 2 Tangenten t1 und t2 gezeichnet. Diese berühren den Kreis an den Punkten B1 und B2. Die Polare verläuft durch die beiden Punkte B1 und B2. In der Skizze ist die Polare mit dem Punkt R durch den Vektor p verbunden. Dieser Vektor p steht senkrecht zur Polare und kann deshalb später in der Normalenform als Normalenvektor benutzt werden.



Die Normalenform der Polaren p bzw. der Polarebene P kann man mithilfe der Normalenform darstellen. Dafür braucht man ja 2 Dinge, nämlich den Normalenvektor und einen Punkt der Polaren bzw. Polarebene. Als Normalenvektor kann man den Vektor p benutzen, denn der steht senkrecht auf der Polare bzw. Polarebene. Als Punkt der Polare bzw. Polarebene benutzen wir den Berührpunkt B1 oder B2, bzw. deren Ortsvektoren b.

$$\vec{n} * \left(\vec{x} - \vec{a}\right) = 0 \qquad \text{(Allgemein)}$$

$$\vec{p} * \left(\vec{x} - \vec{b}_1\right) = 0 \qquad \text{(auf obige Skizze bezogen)}$$

Durch einige Umformungen erhalten wir die auf der folgenden Seite dargestellten Formeln, wobei dort noch auf die 2 unterschiedlichen Fälle eingegangen wird, nämlich ob der Mittelpunkt M im Ursprung liegt oder nicht.

Fall 1: Der Kreis- bzw. Kugelmittelpunkt liegt im Ursprung des Koordinatensystems

$p : \vec{p} * \vec{x} = r^2$ wobei alle Vektoren 2 Komponenten haben

$\mathrm{P} : \vec{p} * \vec{x} = r^2$ wobei alle Vektoren 3 Komponenten haben

Fall 2: Der Kreis- bzw. Kugelmittelpunkt liegt <u>nicht</u> im Ursprung des Koordinatensystems

$p : (\vec{x} - \vec{m}) * (\vec{p} - \vec{m}) = r^2$ wobei alle Vektoren 2 Komponenten haben

$P : (\vec{x} - \vec{m}) * (\vec{p} - \vec{m}) = r^2$ wobei alle Vektoren 3 Komponenten haben

Legende für obige Gleichungen

$p =$ Polare eines Kreises

$P =$ Polarebene einer Kugel

$\vec{\mathrm{p}} =$ Normalenvektor der Polaren bzw. der Polarbebene

$\vec{b} =$ Ortsvektor des Berührpunktes von Tangente und Kreis oder Tangentialebene und Kugel

$\vec{m} =$ Ortsvektor des Kreis - bzw. Kugelmittelpunktes

$\vec{x} =$ Jeder beliebige Punkt der Tangente bzw. der Tangentialebene