2.1.1. Aufstellen der Parameterform einer Geraden

Um die Parameterform einer Geraden aufzustellen, braucht man immer 2 Dinge, nämlich einen Stützvektor, der vom Ursprung zu einem Punkt auf der Geraden führt, und einen Richtungsvektor, der in die Richtung der Geraden zeigt.

Möglichkeit 1: Gegeben sind ein Punkt der Geraden und ein Richtungsvektor und gesucht ist die Gerade, die durch den gegebenen Punkt verläuft und in die Richtung des Richtungsvektors zeigt.

Beispielaufgabe: Gegeben ist der Punkt A mit den Koordinaten (3/4). Weiterhin ist folgender Richtungsvektor gegeben

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Als Stützvektor kann man den Ortsvektor des Punktes A benutzen, denn dieser führt vom Ursprung zu dem Punkt A und da der Punkt A ein Punkt der Geraden ist, kann man den Ortsvektor des Punktes A als Stützvektor benutzen. Wir erhalten:

$$g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{v}$$
$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Man muss sich erst daran gewöhnen, dass dieser Ausdruck schon die Lösung ist, also dieser Ausdruck stellt eine Gerade dar.

Möglichkeit 2: Gegeben sind 2 Punkte und gesucht ist eine Gerade, die durch die beiden Punkte verläuft.

Beispielaufgabe: Gegeben sind die Koordinaten der Punkte A (2/4) und B (5/6).

Wir benötigen wieder einen Stützvektor und einen Richtungsvektor. Als Stützvektor können wir einen der beiden Ortsvektoren zu den Punkten A oder B benutzen, da beides ja Punkte der Geraden sein sollen. Als Richtungsvektor können wir den Vektor AB oder den Vektor BA benutzen, denn beide zeigen in die Richtung der Geraden. Dadurch haben wir insgesamt 4 Varianten, die Gerade aufzustellen. Wir erkennen, dass für ein und dieselbe Gerade unterschiedliche Parameterformen existieren:

$$1. g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB}$$

2.
$$g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{BA}$$

1.
$$g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB}$$
 2. $g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \overrightarrow{BA}$
3. $g: \vec{x} = \vec{b} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB}$ 4. $g: \vec{x} = \vec{b} + \lambda \cdot \overrightarrow{BA}$

$$4. \ g: \vec{x} = \vec{b} + \lambda \cdot \vec{BA}$$

Wir entscheiden uns für Variante 1 und erhalten für den Richtungsvektor AB durch den Ansatz Pfeilende minus Pfeilanfang:

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 6 - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Variante 1:
$$g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \overrightarrow{AB}$$
 => $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$