8.2. Einführung in die Integralrechnung

Die Integralrechnung ist das Gegenteil von der Differentialrechnung. Zu differenzieren sagt man ja auch ableiten und da integrieren das Gegenteil von differenzieren ist, sagt man zu integrieren auch aufleiten.

Bei der Integralrechnung bereitet die **Schreibweise** immer wieder Probleme.

$$F(x) = \int f(x)\, dx$$

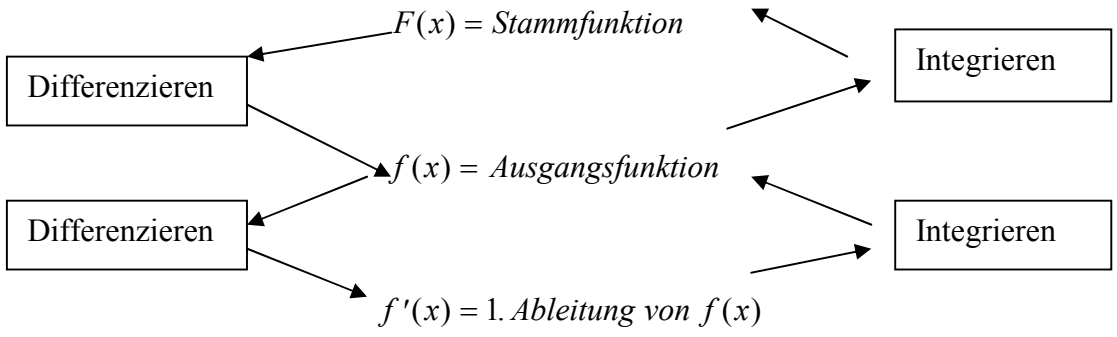
Man sagt, die Stammfunktion F(x) ist das Integral von f(x) dx. Die Integralschlange ganz vorne soll aussagen, dass man f(x) integrieren soll, während das dx am Ende sagen soll, dass man nach x integrieren soll. Solange die Funktion f(x) von der Integralschlange und dem dx eingeschlossen ist, wurde noch nicht integriert. Integriert man aber mit einer der in diesem Kapitel folgenden Regeln, so entfallen die Integralschlange und das dx. Damit du besser verstehst, wie das aussehen könnte, integrieren wir einfach mal die Funktion $f(x) = x^2$.
Was hier beim Integrieren genau passiert, brauchst du an der Stelle nicht zu verstehen. Es geht nur um die Schreibweise:

$$f(x) = x^2 \text{ und gesucht ist die Stammfunktion } F(x)$$

$$\text{Schreibweise: } F(x) = \int f(x)\, dx = \int x^2\, dx = \tfrac{1}{3} x^3$$

Solange also die Integralschlange und das dx da sind, ist noch nicht integriert. Durch Anwendung einer Integralregel entsteht die Stammfunktion F(x) und da jetzt integriert wurde, ist auch die Integralschlange und das dx nicht mehr da.

Nachdem also der Begriff der Stammfunktion F(x) klar sein sollte kann man folgendes festhalten: Wenn man f(x) integriert, gelangt man zur Stammfunktion F(x). Da differenzieren, also ableiten, dass Gegenteil von integrieren ist, gelangt man, wenn man die Stammfunktion F(x) ableitet, wieder zur Ausgangsfunktion f(x). Wenn man die erste Ableitung übrigens integriert, gelangt man auch zur Ausgangsfunktion f(x). Dieser Sachverhalt ist in folgendem Schaubild nochmals dargestellt und anschließend mathematisch ausgedrückt:



Aus obigem Schaubild kann man folgendes herausziehen:

$$\int f(x)\, dx = F(x) \quad \text{und} \quad F'(x) = f(x) \quad \text{und} \quad F''(x) = f'(x) \quad \text{und} \quad \int f'(x)\, dx = f(x)$$