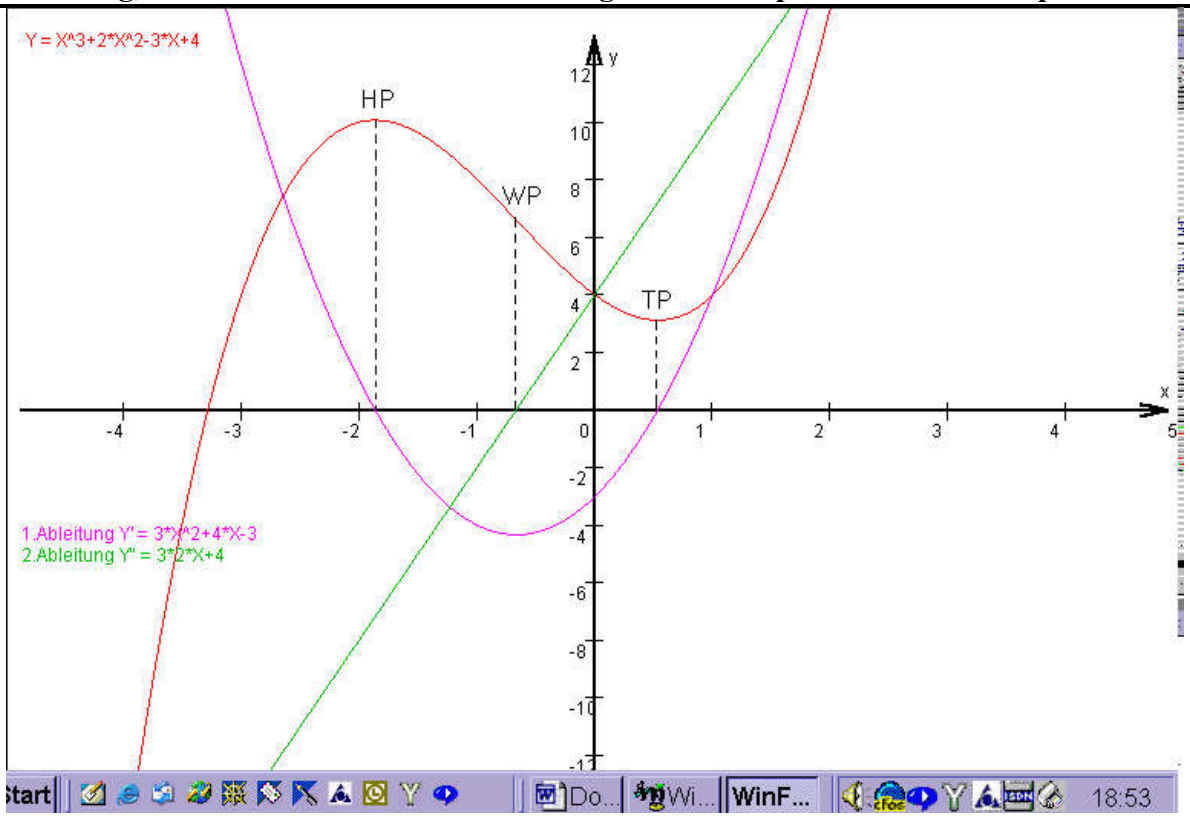
6.10. Grafische Darstellung des Zusammenhangs von Funktion, erster und zweiter Ableitung, insbesondere auch die Bedeutung für Extrempunkte und Wendepunkte.



In obiger Skizze sehen wir die Funktion f(x) in rot (Polynom 3.Grades), deren erste Ableitung in lila bzw. rosa (quadratische Funktion, also eine Parabel) und auch noch die zweite Ableitung in grün (Lineare Funktion, also eine Gerade).
Man kann an der Skizze folgendes erkennen:

Bei Extrempunkten (HP/TP) ändert sich die **Steigung**, bei Wendepunkten die **Krümmung.**

Solange die erste Ableitung im positiven verläuft, ist f(x) monoton steigend.
Solange die erste Ableitung im negativen verläuft, ist f(x) monoton fallend.

Solange die zweite Ableitung im positiven verläuft, ist f(x) linksgekrümmt.
Solange die zweite Ableitung im negativen verläuft, ist f(x) rechtsgekrümmt.

Die Nullstellen der ersten Ableitung ergeben die **Extrempunkte** $f'(x) = 0$,
wobei ferner gilt: $f''(x) < 0 \quad \Rightarrow \quad$ *Hochpunkt* $\qquad f''(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad$ *Tiefpunkt*

Extrempunkte entstehen bei einem Vorzeichenwechsel **(VZW)** der ersten Ableitung:
von + nach - => Hochpunkt
von - nach + => Tiefpunkt

Die Nullstellen der zweiten Ableitung ergeben die **Wendepunkte** $f''(x) = 0$,
wobei gilt: $f'''(x) < 0 \quad \Rightarrow \quad$ Links - Rechst WP $\qquad f'''(x) > 0 \quad \Rightarrow \quad$ Rechts - Links WP

Ein Links-Rechts Wendepunkt entsteht bei einem VZW der zweiten Ableitung von + nach –
Ein Rechts-Links Wendepunkt entsteht bei einem VZW der zweiten Ableitung von – nach +