# 7.2.4. Quotientenregel

Genauso wie der Malpunkt ein Hinweis auf Produktregel ist, so ist ein Bruchstrich ein Hinweis auf Quotientenregel. Evtl. kann man vorher den Bruch vereinfachen und kommt so um die Anwendung der Quotientenregel herum. Auch bei der Quotientenregel sollte man sich wie bei der Produktregel eine kleine Tabelle mit u, v, u Strich und v Strich anlegen.

$$f(x) = \frac{u}{v} \qquad \Rightarrow \qquad f'(x) = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$$

Bei der Anwendung sollte man auf folgendes achten. Beim Einsetzen von Termen sollte man Klammern setzen und nach dem Minus im Zähler sollte man sicherheitshalber immer eine eckige Klammer aufmachen. Der Rest ist dann nur noch ausmultiplizieren von Klammern und zusammenfassen von Termen. Noch eine Anmerkung. Die Klammer im Nenner ausnahmsweise Mal nicht mittels Binom auflösen, denn die Klammer wird in der zweiten Ableitung zum Kürzen benötigt.

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 4}$$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x-4) - \left[1 \cdot \left(x^2 + 3\right)\right]}{(x-4)^2} \qquad \text{mit} \qquad \begin{array}{ll} u = x^2 + 3 & u' = 2x \\ v = x - 4 & v' = 1 \end{array}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8x - x^2 - 3}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x - 3}{(x-4)^2}$$

Beim bilden der zweiten Ableitung kannst du v Strich noch nicht alleine bilden. Dazu muss man erst die Kettenregel S.209 verstehen. Die Ableitung von v Strich also erst mal einfach so hinnehmen. Die Klammer bei v Strich wird auch hier nicht ausmultipliziert, da sie zum Kürzen benötigt wird

$$f'(x) = \frac{x^2 - 8x - 3}{(x-4)^2} \qquad \textit{mit} \qquad \begin{array}{ll} u = x^2 - 8x - 3 & u' = 2x - 8 \\ v = (x-4)^2 & v' = 2 \cdot (x-4) \end{array}$$

$$f''(x) = \frac{(2x-8) \cdot (x-4)^2 - \left[2 \cdot (x-4) \cdot \left(x^2 - 8x - 3\right)\right]}{(x-4)^4} \quad \Big| \textit{Kürzen mit } (x-4)$$

$$f''(x) = \frac{(2x-8) \cdot (x-4) - \left[2 \cdot \left(x^2 - 8x - 3\right)\right]}{(x-4)^3} = \frac{2x^2 - 8x - 8x + 32 - 2x^2 + 16x + 6}{(x-4)^3}$$

$$f''(x) = \frac{38}{(x-4)^3}$$

**Anmerkung zum Kürzungsvorgang:** Eigentlich verbietet das Minuszeichen im Zähler das Kürzen, es sei denn, man kürzt aus allen Teilen die Klammer heraus. Ganze Klammern kann man ja wegkürzen. Das ist hier geschehen und das ist auch der Grund, warum man den Nenner nicht auflöst und warum man bei v Strich die Klammer nicht auflöst.