Der Vorzeichenwechsel (VZW)

Der *Vorzeichenwechsel* ist eine alternative Methode zur Bestätigung von potentiellen Extrem- bzw. Wendestellen. Bisher kennen wir nur das Verfahren über die zweite bzw. dritte Ableitung (ungleich Null). Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass es recht einfach funktioniert, aber den Nachteil, dass es bei einigen wenigen Funktionen Fehlsignale gibt.

Dazu ein kleines Beispiel: Versuche doch mal bei der Funktion $f(x) = x^4$ einen Extrempunkt zu bestimmen. Wer sich mit Funktionen ein wenig auskennt, weiß, dass die Funktion eine Parabel ist. Deswegen hat sie auf jeden Fall einen Extrempunkt, der in diesem Fall ein Tiefpunkt ist. Über die 1.Ableitung kommen wir zu dem Ergebnis, dass bei x = 0 eine potentielle Extremstelle ist. Wenn wir nun diesen Wert zur Bestätigung in die 2.Ableitung einsetzen, erhalten wir komischerweise den Wert Null, was bedeuten würde, dass bei x = 0 keine Extremstelle vorhanden ist. Wie oben erwähnt wissen wir aber, dass f(x) auf jeden Fall eine Extremstelle hat. Das uns bekannte Schema mit der 2.Ableitung liefert also ein Fehlsignal. Es zeigt keinen Extrempunkt an, obwohl einer da ist.

Keine Angst: Das, was wir bisher gelernt haben ist natürlich nicht falsch. Es gibt aber eben einige wenige Funktionen, bei denen es nicht richtig funktioniert. Fehlsignale kommen aber ganz selten vor und deshalb dürfen wir grundsätzlich wie bisher weiterrechnen !!!

Ich zeige hier aber trotzdem die Funktionsweise eines neuen Verfahrens, dem *Vorzeichenwechsel.* Der *Vorzeichenwechsel* hat den Vorteil, dass er in allen Fällen funktioniert, aber den kleinen Nachteil, dass er etwas unangenehmer anzuwenden ist.

Vorgehensweise zur Bestätigung einer potentiellen Extremstelle:

1. Man setzt in die 1.Ableitung einen Wert ein, der etwas kleiner als die potentielle Extremstelle ist und anschließend einen etwas größeren Wert. Dabei bevorzugt man glatte Werte und muss darauf achten, dass man keine andere potentielle Extremstelle überschreitet.
2. Dann muss man die Vorzeichen der Ergebnisse vergleichen und folgendermaßen interpretieren:
   VZW von + nach - => Hochpunkt
   VZW von – nach + => Tiefpunkt
   Kein VZW => Keine Extremstelle

Vorgehensweise zur Bestätigung einer potentiellen Wendestelle:

1. Man setzt in die 2.Ableitung einen Wert ein, der etwas kleiner als die potentielle Wendestelle ist und anschließend einen etwas größeren Wert. Dabei bevorzugt man glatte Werte und muss darauf achten, dass man keine andere potentielle Wendestelle überschreitet.
2. Dann muss man die Vorzeichen der Ergebnisse vergleichen und folgendermaßen interpretieren:
   VZW von + nach - => Links-Rechts-Wendepunkt
   VZW von – nach + => Rechts-Links-Wendepunkt
   Kein VZW => Keine Wendestelle

Beispiel: Potentielle Extremstelle bei x = 0,5 und $f'(x) = x^2 - 13{,}5x + 6$
Durch Einsetzen von 0 und 1 in die 1. Ableitung erhält man:
$f'(0) = 6 \, und \, f'(1) = -4{,}5$ d.h. VZW von + nach – also Hochpunkt.