7.4.3. LAGRANGE

Das Lagrange-Verfahren ist ein Alternativverfahren zum Lösen von Extremwertaufgaben. Wenn du gar nicht mehr weißt, um was es bei Extremwertaufgaben geht, schau doch bitte noch mal im Kapitel „Extremwertaufgaben“ S.214 nach. Dort werden nämlich die Begriffe Extremalbedingung, Nebenbedingung usw. erklärt.

Vorgehensweise:

1. Stelle die Extremalbedingung auf. Die Extremalbedingung ist eine Formel für das, was in der Aufgabe maximiert oder minimiert werden soll.

2. Stelle die Nebenbedingungen (sind auch im Text) auf und stelle sie so um, dass auf der rechten Seite eine Null ist. Die Anzahl der Nebenbedingungen hängt von der Anzahl der Variablen ab, von denen die zu maximierende oder minimierende Variable in der Extremalbedingung abhängig ist. Soll z.B. das Volumen eines Zylinders, das von den beiden Variablen Höhe und Radius abhängig ist, maximiert werden, dann braucht man eine Nebenbedingung (Anzahl der abhängigen Variablen in Extremalbedingung minus 1).

3. Stelle die Lagrange-Funktion (L) auf. Allgemein kann man sagen, dass die Lagrange-Funktion folgendermaßen gebildet wird: **Extremalbedingung minus Parameter mal erste Nebenbedingung minus Parameter mal zweite Nebenbedingung usw**. Im Folgenden siehst du ein Beispiel, in dem die Exremalbedingung von 2 Variablen abhängig ist und wir demzufolge eine Nebenbedingung benötigen.

$$L(x, y, \lambda) = Extremalbedingung\,(x, y) - \lambda \cdot (Nebenbedungung\ 1)$$

Die Variablen in der Klammer nach dem L sind die Variablen, von denen die Lagrange-Funktion insgesamt abhängig ist, nämlich von den Variablen der Extremalbedingung (x und y) und dem Parameter (λ) bei der Nebenbedingung.

4. Bilde von der Lagrange-Funktion alle partiellen Ableitungen. Achte darauf, dass dabei die Variablen, nach denen nicht abgeleitet wird, wie Konstanten zu behandeln sind. Lies notfalls im Kapitel Partielle Ableitung S.211 (differenzieren) nochmals nach.
In unserem Beispiel würden wir 3 Ableitungen (nach x, y und λ) erhalten.

5. Die Ableitungen ergeben ein Lineares Gleichungssystem, welches man mit GAUSS, Einsetzungsverfahren oder einem anderen Verfahren lösen kann.

So richtig wirst du den Ablauf erst nach dem Durchgehen eines Rechenbeispiels verstehen, auf das hier aus Platzgründen verzichtet wird.