5.2.1.1. Lineare Funktionen: y = mx + b

Dabei bedeutet y = abhängige Variable (y ist nämlich von x abhängig)
x = unabhängige Variable
m = Steigung (lineare Veränderung)
b = Achsenabschnitt bzw. Schnittpunkt mit y-Achse (Startwert)

Beispiel: y = 2x - 3 => m = 2 und b = -3

Feststellung: Lineare Funktionen sind grafisch immer eine Gerade, aber niemals senkrechte Geraden, da senkrechte Geraden keine Funktionen mehr sind (einem x werden mehrere y-Werte zugeordnet).

Vorgehensweise beim Einzeichnen von Linearen Funktionen:

1. m und b ablesen.
2. b einzeichnen (Schnittpunkt mit der y-Achse).
3. von b ausgehend m einzeichnen (Steigungsdreieck siehe auch nächster Kasten).
4. Evtl. ein weiteres Steigungsdreieck vom neuen Punkt ausgehend einzeichnen.
5. Punkte verbinden (Lineal).

Hinweise zum einzeichnen des Steigungsdreieckes:

1. Man beginnt beim Einzeichnen des Steigungsdreieckes immer bei b (Achsenabschnitt).
2. Von b aus muss man immer nach rechts gehen. Niemals nach links !!!
3. Für m = 2 muss man 1 nach rechts und 2 nach oben gehen.
4. Für m = - 3 muss man 1 nach rechts und 3 nach unten (wegen dem Minuszeichen) gehen.
5. Für m = $\frac{2}{3}$ muss man 3 nach rechts und 2 nach oben gehen (Nenner rechts / Zähler hoch oder runter, falls ein Minuszeichen vor dem Bruch steht).
6. Für m = 0 muss man 1 nach rechts und 0 nach oben bzw. unten gehen.

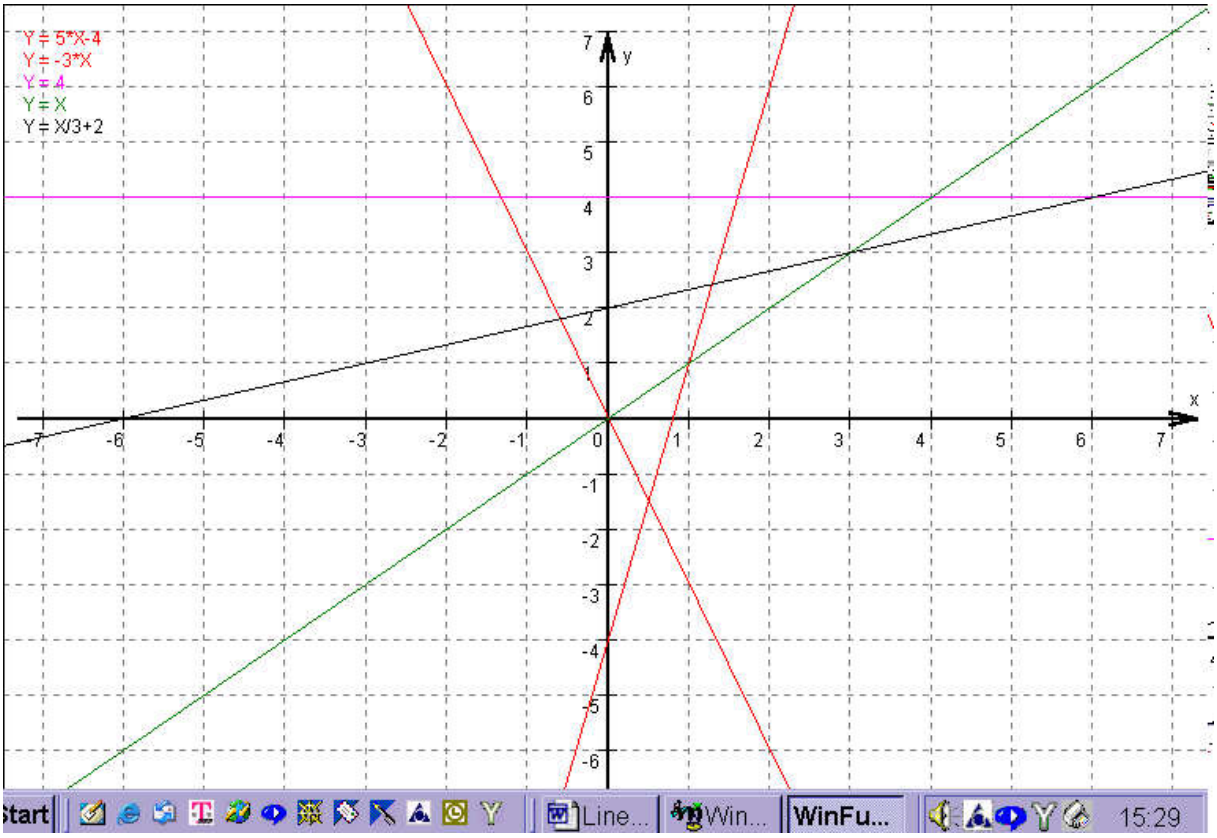
Einige Beispiele:

1. y = 5x –4 => m = 5 und b = -7
2. y = -3x => m = -3 und b = 0
3. y = 4 => m = 0 und b = 4
4. y = x => m = 1 und b = 0
5. $y = \frac{x}{3} + 2$ => m = 1/3 und b = 2

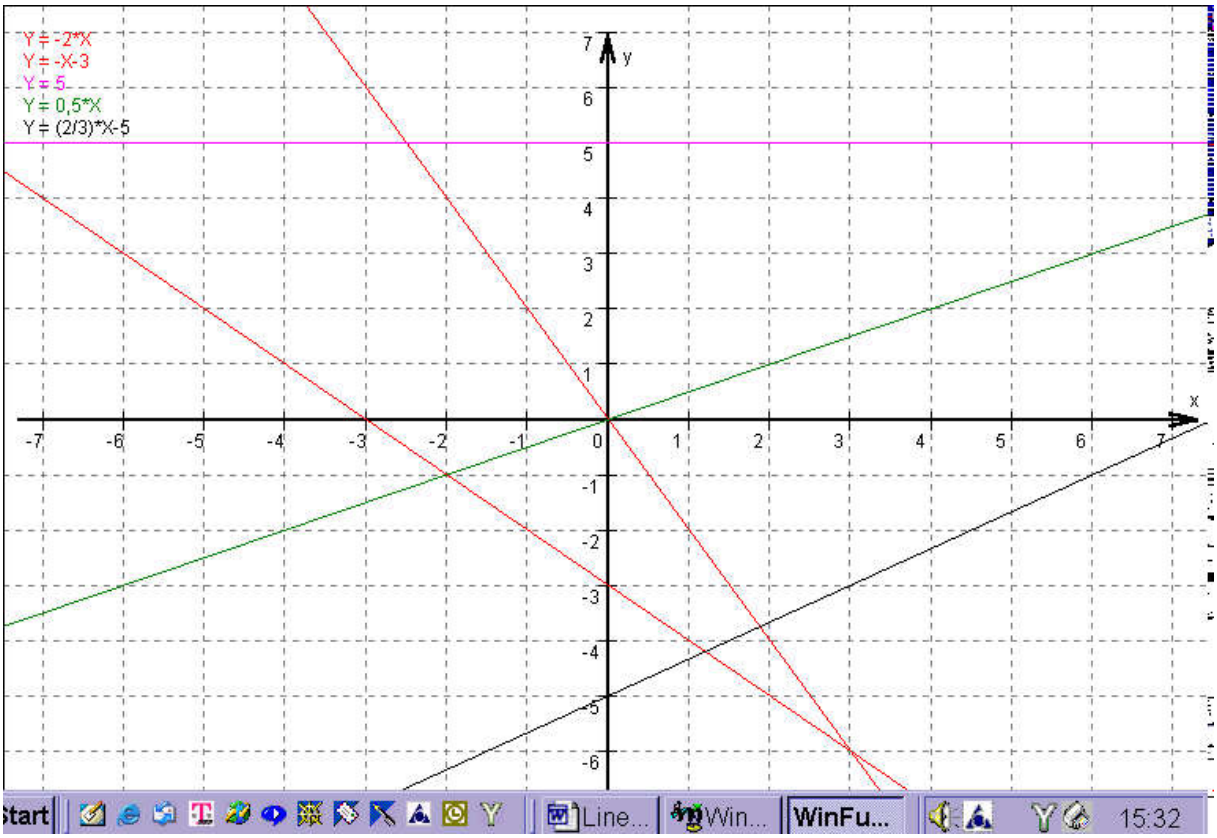
Nachdem man m und b abgelesen hat, braucht man diese Informationen nur noch in ein Koordinatensystem einzeichnen.

Versuche doch mal die Funktionen aus dem vorigen Kasten in ein Koordinatensystem einzuzeichnen. Die Lösung findest du auf der nächsten Seite.

© Copyright 2004 Udo Baumung. Alle Rechte vorbehalten.



Versuche doch mal aus dem folgenden Koordinatensystem die Funktionen zu bestimmen. Denke dabei daran, jeder Geraden (Funktion) einen Wert für m und b zuzuordnen. Die Lösungen findest du links oben im Graphen (bitte nicht vorher gucken).



© Copyright 2004 Udo Baumung. Alle Rechte vorbehalten.

Aufstellen von Linearen Funktionen:

Grundsätzlich gibt es 2 Möglichkeiten, eine Lineare Funktion aufzustellen.

1. *Die Punkt-Steigungs-Form*, bei der ein Punkt und die Steigung gegeben sind.
2. *Die 2-Punkte-Form*, bei der 2 Punkte gegeben sind.

Vorgehensweise im 1. Fall: Die Punkt-Steigungs-Form (1 Punkt und die Steigung sind geg.)

$$f(x) = m \cdot \left(x - x_1\right) + y_1$$

mit: m = Steigung
x_1 = x - Koordinate des Punktes
y_1 = y - Koordinate des Punktes

Alternativ funktioniert auch folgendes:

In die allgemeine Form von Linearen Funktionen (y = mx + b) setzt man die bekannten Daten ein, nämlich die Steigung m und die beiden Koordinaten (x und y) des Punktes. Man erhält dann eine Gleichung mit nur einer Unbekannten, nämlich b. Nach b kann nun aufgelöst werden und abschließend muss nur noch m und b in y = mx + b eingesetzt werden . Die beiden Variablen x und y bleiben allerdings erhalten.

Vorgehensweise im 2. Fall: Die 2-Punkte-Form (2 Punkte sind gegeben)

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot \left(x - x_1\right) + y_1$$

mit: x_1 = x - Koordinate des 1. Punktes
y_1 = y - Koordinate des 1. Punktes
x_2 = x - Koordinate des 2. Punktes
y_2 = y - Koordinate des 2. Punktes

Anmerkung zur Formel: Die Formel ist die Gleiche wie die Formel der Punkt-Steigungs-Form, allerdings wurde m durch die entsprechende Formel für die Steigung ersetzt (Ausdruck vor der Klammer).

Alternativ funktioniert auch folgendes:

Mit der Formel für die Steigung(Bruch vor der Klammer in der Formel ganz oben in diesem Kästchen) kann man zuerst m berechnen. Nun kann man die Steigung m und die Koordinaten des 1. Punktes oder die Koordinaten des 2. Punktes in die allgemeine Form von Linearen Funktionen (y = mx + b) einsetzen, wodurch man eine Gleichung erhält, in der nur noch b unbekannt ist. Nun löst man nach b auf und setzt dann die Steigung m und den Achsenabschnitt b in die allg. Form y = mx + b ein. Fertig !!!

© Copyright 2004 Udo Baumung. Alle Rechte vorbehalten.

Beispielaufgaben zum Aufstellen von Linearen Funktionen:

1. Aufgabe: Gegeben ist die Steigung m = 2 und der Punkt A (4/12). Gesucht ist die Funktionsgleichung einer Linearen Funktion.

$$f(x) = m \cdot (x - x_1) + y_1$$
$$f(x) = 2 \cdot (x - 4) + 12$$
$$f(x) = 2x - 8 + 12$$
$$f(x) = 2x + 4$$

m und b einfach einsetzen und dann vereinfachen

Diese Funktion hat die Steigung 2 und geht durch den Punkt A (4/12).

2. Aufgabe: Gegeben sind die Punkte A (4/12) und B (2/6). Gesucht ist die Funktionsgleichung einer Linearen Funktion, die durch die Punkte A und B verläuft.

$$f(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x - x_1) + y_1$$
$$f(x) = \frac{6 - 12}{2 - 4} \cdot (x - 4) + 12$$
$$f(x) = \frac{-6}{-2}(x - 4) + 12$$
$$f(x) = 3 \cdot (x - 4) + 12$$
$$f(x) = 3x - 12 + 12$$
$$f(x) = 3x$$

Die Punktkoordinaten einsetzen und vereinfachen

Diese Funktion verläuft durch die Punkte A und B

3. Aufgabe: Versuche Aufgabe 1 und Aufgabe 2 mittels der im Text auf der vorigen Seite beschriebenen Alternativmöglichkeit zu lösen.

4. Aufgabe: Gegeben sind die Eckpunkte eines Dreiecks, nämlich A (2/1), B (6/1) und C (6/4). Stelle die Funktionsgleichung der Geraden auf, die durch die jeweilige Dreiecksseite verläuft (insgesamt 3 Funktionsgleichungen).

Lösungen: Gerade durch A und B: Parallele zur x-Achse => y = 1
Gerade durch A und C: $y = \frac{3}{4}x - 0{,}5$
Gerade durch B und C: keine Funktion, da senkrechter Strich nach unten

Fertige auch eine Skizze ein, indem du das Dreieck und die Geraden einzeichnest.

© Copyright 2004 Udo Baumung. Alle Rechte vorbehalten.