5. FUNKTIONEN

5.1. Grundlagen Funktionen

Was ist denn eigentlich eine Funktion? Eine Funktion versucht einen Sachverhalt aus der Praxis mathematisch darzustellen. Der Praxisbezug kommt leider bei den meisten Aufgabenstellungen zu kurz und man ist ständig am Rechnen ohne zu erkennen, dass da wirklich was dahinter steckt.

Beispiel: Ein Baum ist 120 cm groß und wächst jedes Jahr 5 cm

Zuerst definiert man die Variablen wobei man da schon klarstellen muss, welches die abhängige Variable und welches die unabhängige Variable ist. Also überlegen, was hängt wovon ab:

x = Zeit in Jahren
y = Höhe des Baumes in cm (nach x Jahren)

Jetzt kann man den Sachverhalt mathematisch darstellen: $y = 5x + 120$

Am Beispiel kann man sehen, dass hinter jeder Funktion, die in der Mathematik auftaucht, ein in der Realität vorkommender Sachverhalt stecken könnte.

Was bringt mir jetzt diese mathematische Darstellung?

Nun, wenn man für x einen Wert einsetzt z.B. die 3, dann kommt für y 135 raus. Das bedeutet, dass der Baum in 3 Jahren 135 cm groß ist.
Man kann umgekehrt aber auch für y einen Wert einsetzen z.B. die 160. Wenn man dann die Gleichung nach x auflöst, erhält man 8. Das bedeutet, dass der Baum 160 cm groß ist, wenn 8 Jahre vergangen sind.

Jede Funktion hat eine abhängige Variable (y) und eine unabhängige Variable (x). **Die y Variable heißt abhängige Variable**, weil sie von x abhängig ist. Je nachdem, welchen Wert man für x einsetzt, erhält man für y einen Wert. Die Abhängigkeit der Variable y von x wird auch durch den Ausdruck **y = f(x)** (sprich f von x) deutlich. Man sagt auch, y ist eine Funktion, die von x abhängig ist. In unserem Beispiel oben war y die abhängige Variable. Die Höhe des Baumes hängt nämlich davon ab, wie viel Zeit vergangen ist.

Die Variable x hingegen ist unabhängig. Für x darf man zunächst einmal alles einsetzen, es sei denn, der Aufbau der Funktion oder der praktische Sachverhalt macht eine Einschränkung nötig, man sagt dann mathematisch, dass der Definitionsbereich (was das ist siehe nächsten Absatz) eingeschränkt werden muss. In unserem Beispiel oben war x ja die Zeit in Jahren. Es macht z.B. keinen Sinn, für x den Wert –30 einzusetzen, da gab es den Baum nämlich noch gar nicht. Außerdem macht der Wert 200 für x auch keinen Sinn, da der Baum ja nicht immer weiter wächst und irgendwann stirbt. Ein weiteres Beispiel, in dem eine Einschränkung des Definitionsbereiches nötig ist, ist z.B. wenn man x als Produktionsmenge eines Gegenstandes sieht. Da machen z.B. negative Zahlen für x keinen Sinn. Wie soll man –10 Stücke produzieren.

Der **Definitionsbereich** S.185 ist übrigens das, was man für x einsetzen darf. Es gibt noch einen ähnlichen Begriff, nämlich den Wertebereich. Der **Wertebereich** S.186 ist das, was für y herauskommen kann Definitions- und Wertebereich werden später bei der Kurvendiskussion noch eine Rolle spielen.

Jetzt will ich Euch noch die mathematische Definition einer Funktion geben:
Grob gesagt, *eine Funktion liegt dann vor, wenn **jedem** x-Wert **genau ein** y-Wert zugeordnet wird*. Grafisch kann man Funktionen immer daran erkennen, dass man an jeder Stelle einen senkrechten Strich durch die Funktion ziehen könnte und man erhält niemals mehr als einen Schnittpunkt. Würden 2 oder mehr Schnittpunkte auftauchen, dann würde dem x-Wert an dieser Stelle 2 oder mehr y-Werte zugeordnet werden und das darf gemäß Definition nicht sein.

Wenn wir schon gerade bei der grafischen Darstellung sind. Wie kann ich eine gegebene Funktion in ein Koordinatensystem einzeichnen? Wenn man noch nicht allzu viele mathematische Kenntnisse hat, dann benutzt man eine **Wertetabelle** (später wird man Funktionen nur noch anhand der so genannten Kurvendiskussion zeichnen). Die Wertetabelle hat 2 Spalten, wobei die linke Spalte die x-Werte enthält und die rechte Seite die berechneten y-Werte. Die y-Werte berechnet man, indem man die x-Werte in die Funktion einsetzt. Die Wertetabelle liefert uns nun einige Wertepaare, die man als Punkte (die erste Koordinate ist die x-Koordinate und die zweite die y-Koordinate) in ein Koordinatensystem einzeichnet. Die x-Achse ist übrigens waagrecht und die y-Achse senkrecht. Verbindet man nun die Punkte im Koordinatensystem sinnvoll (geht nur bei linearen Funktionen mit dem Lineal und bei quadratischen Funktionen mit einer Parabelschablone), erhält man die Funktion, man sagt auch den Graphen der Funktion.

Okay, das als Einstieg und jetzt geht's auch schon los.

Was kann man mit einer Funktion alles anstellen?

Punktprobe

Prüfe, ob der Punkt A (1/3) bzw. B (3/4) auf der Funktion f(x) = 2x + 1 bzw. y = 2x+1 liegt

Vorgehensweise: Einfach die Koordinaten in die Funktion einsetzen

Punkt A:	3 = 2*1 + 1	Punkt B:	4 = 2*3 + 1
	3 = 3		4 = 7
	wahre Aussage		falsche Aussage
	Punkt A liegt auf der Funktion		Punkt B liegt nicht auf f(x)

Punktbestimmung

Bestimme 2 beliebige Punkte, die auf der Funktion y = 2x + 1 liegen

Vorgehensweise: Gesucht ist ein Punkt, also braucht man eine x-Koordinate und eine y-Koordinate. Man wählt für x einen beliebigen Wert, setzt diesen in die Funktion ein und erhält den dazugehörigen y-Wert.

Wähle x = 0	=>	y = 2*0 + 1	
		y = 1	=> Punkt A (0/1)
Wähle x = 5	=>	y = 2*5 + 1	
		Y = 11	=> Punkt B (5/11)