3.1.3. Werkzeug 3: pq-Formel

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Anwendungsgebiet: Gleichungen der Art:
$x^2 + px + q = 0$

Beispiele: $x^2 + 6x - 4 = 0$ oder $2x^2 + 4x - 8 = 0$

Vorgehensweise:

Wenn man sich entschieden hat, die pq-Formel anzuwenden, muss man zunächst nochmals die Voraussetzungen prüfen:

1. Die rechte Seite muss 0 sein
2. Bei x^2 muss als Faktor die unsichtbare 1 stehen (anders gesagt: es darf nichts dabei stehen).

Falls eine von den beiden Voraussetzungen nicht erfüllt ist (siehe Aufgabe 2), so muss man dies erst bereinigen. Beliebte Fehlerquelle dabei ist bei Voraussetzung Nummer 2, dass beim Dividieren vergessen wird, dass alles, was durch Plus oder Minus getrennt ist, dividiert werden muss.

Eine weitere Fehlerquelle ist das Bestimmen von p und q. Hier werden oft die Vorzeichen, insbesondere das Minus vernachlässigt.

Anmerkung: Als Lösung kann bei Anwendung der pq-Formel folgendes entstehen:

a) Es ergeben sich 2 Lösungen, wenn unter dem Wurzelausdruck etwas Positives steht.
b) Es ergibt sich 1 Lösung, wenn unter dem Wurzelausdruck 0 herauskommt.
c) Es ergibt sich keine Lösung, wenn unter dem Wurzelausdruck etwas Negatives steht.

Aufgabe 1:

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$x^2 + px + q = 0$

$p = -2$ und $q = -8$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - (-8)}$$

$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1+8}$

$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{9}$

$x_1 = 1 + 3 = 4$ und $x_2 = 1 - 3 = -2$

Aufgabe 2:

$2x^2 - 8x - 40 = 2 \quad / -2$

$2x^2 - 8x - 42 = 0 \quad / :2$

$x^2 - 4x - 21 = 0$

$x^2 + px + q = 0$

$p = -4$ und $q = -21$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_{1/2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - (-21)}$$

$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{4+21}$

$x_{1/2} = 2 \pm \sqrt{25}$

$x_1 = 2 + 5 = 7$ und $x_2 = 2 - 5 = -3$