3.1.Werkzeugkasten zum Lösen von Gleichungen

Hinweise zur Anwendung des Werkzeugkastens:

1. Um zu erkennen, welches Werkzeug angewendet werden muss, muss die rechte Seite 0 sein und man sollte die Werkzeuge nacheinander ausprobieren, ob sie funktionieren.
2. Der Grad der Gleichung gibt die Anzahl der maximalen Lösungen an.
3. Teilweise sind Werkzeuge auch kombiniert anzuwenden.

Werkzeug 1 (S.43): Einfach nach x auflösen

Anwendungsgebiet: x kommt nur einmal vor.

Beispiele: $x^2 - 16 = 0$ oder $x^3 + 125 = 0$ oder $x^4 - 81 = 0$

Werkzeug 2 (S.44): Ausklammern und die beiden Faktoren gleich 0 setzen (Begründung: ein Produkt ergibt 0, wenn ein Faktor 0 ist)

Anwendungsgebiet: x kommt mehrmals mit unterschiedlichen Potenzen vor und es ist kein absolutes Glied vorhanden.

Beispiele: $x^2 + 3x = 0$ oder $x^3 - 2x = 0$ oder $x^5 + x^2 = 0$

Werkzeug 3 (S.45): pq-Formel: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Anwendungsgebiet: Gleichungen der Art:

$x^2 + px + q = 0$

Beispiele: $x^2 + 6x - 4 = 0$ oder $2x^2 + 4x - 8 = 0$

Werkzeug 4 (S.46): Die Substitution ($x^2 = z$)

Anwendungsgebiet: Gleichungen, in denen x mehrmals mit unterschiedlichen Potenzen vorkommt, wobei jede Potenz gerade ist. Außerdem muss auch ein absolutes Glied vorhanden sein, wenn nicht, dann ginge Werkzeug #2.

Beispiele: $x^4 + x^2 + 7 = 0$ oder $x^6 - 2x^4 + 4x^2 + 5 = 0$

Werkzeug 5 (S.47): Polynomdivision mit dem Linearfaktor

Anwendungsgebiet: x kommt mehrmals mit unterschiedlichen Potenzen (nicht nur gerade) vor und es existiert ein absolutes Glied.

Beispiele: $x^3 + 2x^2 - 5x + 6 = 0$ oder $x^4 + 6x^3 - 4x^2 + 8x - 5 = 9$