2.1 Dreisatz

Der Dreisatz zählt auch zu den Dingen, die man später mal gut gebrauchen kann. Zum einen hilft er bei der Lösung von vielen Problemen im Zusammenhang mit Textaufgaben, aber auch außerhalb der Schule findet er seine Anwendung. Vielleicht hast du den Dreisatz schon oft angewendet, ohne genau zu wissen, dass das jetzt Dreisatz war.

Mit dem Dreisatz fest verbunden sind die Worte proportional und antiproportional.

Für proportional gilt: Je mehr desto mehr und je weniger desto weniger
Für Antiproportional gilt: Je mehr desto weniger und je weniger desto mehr

Bei der Lösung von entsprechenden Problemen legt man sich eine kleine **Tabelle** an.

Es ist zu beachten, dass bei Veränderungen an der Tabelle von Zeile zu Zeile bei proportionalen Sachverhalten auf beiden Seiten die gleiche Veränderung vorgenommen wird, während bei antiproportionalen Sachverhalten auf den beiden Seiten immer genau unterschiedliche Veränderungen vorgenommen werden.

<u>Noch mal etwas klarer ausgedrückt:</u>

Multipliziert man bei einem proportionalen Sachverhalt die linke Seite mit einer Zahl, so muss man auch die rechte Seite mit dieser Zahl multiplizieren.

Bei einem antiproportionalen Sachverhalt müsste man allerdings die rechte Seite durch diese Zahl teilen.

Der vorige Kasten ist insgesamt etwas theoretisch gehalten und ohne Beispiel schwer nachvollziehbar. Schau dir sich auf jeden Fall die beiden Beispiele auf den beiden folgenden Seiten an.

Beginnen wir mit einem Beispiel für den proportionalen Dreisatz

3 Äpfel kosten 0,60 Euro! a) Wie viel kosten 6 Äpfel? und b) Wie viel kosten 5 Äpfel?

Zuerst an dieser Stelle noch mal klären, warum dieser Sachverhalt überhaupt proportional ist. Denke an den obigen Spruch für die Proportionalität: je mehr desto mehr und je weniger desto weniger. Auf den Sachverhalt bezogen bedeutet das, je mehr Äpfel man kaufen möchte, desto mehr Geld muss man bezahlen. Das gilt auch für je weniger Äpfel desto weniger Geld. Hier handelt es sich also um einen proportionalen Sachverhalt.

Der weitere Lösungsweg lässt sich am besten in Tabellenform darstellen, wobei links Aufgabe a) und rechts Aufgabe b) gelöst wird.

Äpfel (in Stück)	Preis (in Euro)
3	0,60
6	?

Äpfel (in Stück)	Preis (in Euro)
3	0,60
5	?

Äpfel (in Stück)	Preis (in Euro)
3	0,60
mal 2 ⇩	⇩ mal 2
6	1,20

Äpfel (in Stück)	Preis (in Euro)
3	0,60
durch 3 ⇩	⇩ durch 3
1	0,20
mal 5 ⇩	⇩ mal 5
5	1

Zu den beiden Tabellen links (Fall a): Beginnen wir mit der oberen Tabelle. In der ersten Zeile steckt die Information aus der Aufgabe, nämlich dass 3 Äpfel 0,60 Euro kosten. In der zweiten Zeile steckt die Fragestellung drin, nämlich wie viel kosten 6 Äpfel. Die Spalten Anzahl Äpfel und Preis könnte man auch vertauschen. Entscheidend ist, dass auf der einen Seite ein Fragezeichen steht, und dieses Fragezeichen wollen wir jetzt bestimmen. Dazu überlegt man, wie man auf der linken Seite von der 3 zur 6 kommt. Dazu müsste man die linke Seite mit 2 multiplizieren. Bei einem proportionalen Sachverhalt muss man auf beiden Seiten die gleichen Veränderungen vornehmen, wenn man also die linke Spalte mit 2 multipliziert, dann muss man das rechts auch. Diese Veränderung ist in der unteren Tabelle zu erkennen. So kommt man von 0,60 Euro durch Multiplikation mit 2 zu 1,20 Euro. Die unterste Zeile ergibt dann, dass 6 Äpfel 1,20 Euro kosten

Zu den beiden Tabellen rechts (Fall b): Die obere Tabelle stellt wieder den Sachverhalt in der ersten Zeile und die Fragestellung in der zweiten Zeile dar. Auch hier ist die Überlegung, wie komme ich in der linken Spalte von der 3 zur 5. Hier funktioniert das leider nicht so einfach wie im Fall a. Hier muss man einen Umweg gehen und zwar über die 1. Warum gerade die 1. Nun man kann die 3 in die 1 umwandeln, indem man durch 3 teilt und anschließend die 1 in die 5 umwandeln, indem man mit 5 multipliziert. Aufgrund der Proportionalität des Sachverhaltes muss man auf der rechten Seite die gleichen Veränderungen vornehmen (siehe untere Tabelle). Wir teilen also zunächst beide Seiten durch 3 und erhalten die Information, dass 1 Apfel 0,20 Euro kostet. Dann wird mit 5 multipliziert und wir können ablesen, dass 5 Äpfel 1 Euro kosten.

Jetzt noch ein Beispiel für einen antiproportionalen Dreisatz

4 Arbeiter brauchen für eine bestimmte Tätigkeit 6 Stunden!

a) Wie lange brauchen 8 Arbeiter? und b) Wie lange brauchen 3 Arbeiter?

Zuerst an dieser Stelle noch mal klären, warum dieser Sachverhalt überhaupt antiproportional ist. Denke an den obigen Spruch für die Antiproportionalität: je mehr desto weniger und je weniger desto mehr. Auf den Sachverhalt bezogen bedeutet das, je mehr Arbeiter da sind, desto kürzer ist die Arbeitszeit. Umgekehrt brauchen weniger Arbeiter mehr Zeit. Hier handelt es sich also um einen antiproportionalen Sachverhalt.

Der weitere Lösungsweg lässt sich am besten in Tabellenform darstellen, wobei links Aufgabe a) und rechts Aufgabe b) gelöst wird.

Anzahl der Arbeiter	Zeit (in Stunden)
4	6
8	?

Anzahl der Arbeiter	Zeit (in Stunden)
4	6
3	?

Anzahl der Arbeiter	Zeit (in Stunden)
4	6
mal 2 ⇩	⇩ durch 2
8	3

Anzahl der Arbeiter	Zeit (in Stunden)
4	6
durch 4 ⇩	⇩ mal 4
1	24
mal 3 ⇩	⇩ durch 3
3	8

Zu den beiden Tabellen links (Fall a): Beginnen wir mit der oberen Tabelle. In der ersten Zeile steckt die Information aus der Aufgabe, nämlich dass 4 Arbeiter 6 Stunden brauchen. In der zweiten Zeile steckt die Fragestellung drin, nämlich wie lange brauchen 8 Arbeiter.
Jetzt muss man überlegen, wie man auf der linken Seite von der 4 zur 8 kommt. Dazu müsste man die linke Seite mit 2 multiplizieren. Bei einem antiproportionalen Sachverhalt muss man auf beiden Seiten das Gegenteil vornehmen, wenn man also die linke Spalte mit 2 multipliziert, dann muss man rechts durch 2 teilen. Diese Veränderung ist in der unteren Tabelle zu erkennen. So kommt man von 6 Stunden durch Division mit 2 zu 3 Stunden. Die unterste Zeile ergibt dann, dass 8 Arbeiter 3 Stunden benötigen

Zu den beiden Tabellen rechts (Fall b): Die obere Tabelle stellt wieder den Sachverhalt in der ersten Zeile und die Fragestellung in der zweiten Zeile dar. Auch hier ist die Überlegung, wie komme ich in der linken Spalte von der 4 zur 3. Hier funktioniert das leider nicht so einfach wie im Fall a. Hier muss man einen Umweg gehen und zwar wieder über die 1. Warum auch hier wieder die 1. Nun, man kann die 4 in die 1 umwandeln, indem man durch 4 teilt und anschließend die 1 in die 3 umwandeln, indem man mit 3 multipliziert. Aufgrund der Antiproportionalität des Sachverhaltes muss man auf der rechten Seite jeweils die umgekehrten Rechnungen vornehmen (siehe untere Tabelle). Wir teilen also in der linken Spalte durch 4 und multiplizieren rechts mit 4 und erhalten die Information, dass 1 Arbeiter 24 Stunden bräuchte. Dann wird links mit 3 multipliziert und rechts mit 3 dividiert und wir können ablesen, dass 3 Arbeiter 8 Stunden benötigen.