4.2. Hypergeometrische Verteilung

Die Hypergeometrische Verteilung ist im Prinzip das Gleiche wie die Binomialverteilung (diese ersetzt übrigens unter bestimmten Voraussetzungen die Hypergeometrische Verteilung, was du in dem Abschnitt „Wann welche Verteilung?“ auf Seite 172 nachlesen kannst), allerdings mit dem einen wesentlichen Unterschied, dass sie für Zufallsexperimente ohne Zurücklegen bzw. ohne Wiederholung zutrifft. Für die Wahrscheinlichkeit P für genau k Treffer gilt dann folgende Formel:

$$P(X=k)=\frac{\binom{K}{k}\cdot\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

Dabei bedeuten die Buchstaben bzw. die Variablen

$P=$ Die gesuchte Wahrscheinlichkeit für genau k - Treffer

$X=$ Zufallsgröße, die den Wert eines bestimmten k's annimmt

$n=$ Anzahl der Versuchswiederholungen (Stichprobe)

$k=$ Anzahl der Treffer in der Stichprobe n

$N=$ Anzahl der Elemente (Grundgesamtheit), aus der die Stichprobe genommen wird

K = Anzahl der Treffer in der Grundgesamtheit N

Um die Bedeutung der Variablen besser verstehen zu können, ist es sinnvoll, die Aufgaben in diesem Zusammenhang in eine Ausgangssituation (Grundgesamtheit) und in die Stichprobe einzuteilen. Die beiden großen Buchstaben N und K stellen die Ausgangssituation (Grundgesamtheit) dar. Wir haben in der Grundgesamtheit N Elemente, von denen man K als Treffer (besitzen ein bestimmtes Merkmal wie z.B. weiße Kugel) bezeichnet. Aus der Grundgesamtheit wird nun eine Stichprobe entnommen. Die Stichprobe wird mit den kleinen Buchstaben n und k charakterisiert. Die Stichprobe erfolgt durch n Ziehungen (ohne Zurücklegen) und man bestimmt dann die Anzahl k der Treffer in der Stichprobe.
Noch mal zusammengefasst: Wir haben in der Ausgangssituation eine Grundgesamtheit N mit K Treffern. Aus dieser Grundgesamtheit wird durch Ziehen ohne Zurücklegen eine Stichprobe n entnommen, in der genau k Treffer vorhanden sein sollen.

Dazu ein Beispiel: In einem Korb befinden sich 15 Eier (N) von denen 8 faul (K) sind. Aus dem Korb wird 4 mal ohne zurücklegen gezogen (n) und wir suchen die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4maligem ziehen genau 3 faule Eier (k) darunter sind. Wir setzen in die Formel ein:

$$P(X=k)=\frac{\binom{K}{k}\cdot\binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}=\frac{\binom{8}{3}\cdot\binom{15-8}{4-3}}{\binom{15}{4}}=\frac{\binom{8}{3}\cdot\binom{7}{1}}{\binom{15}{4}}=\frac{56-7}{1365}=\frac{49}{1365}\approx 0{,}0359\approx 3{,}59\,\%$$

Interpretation: Die Wahrscheinlichkeit, dass man aus einem Korb mit 15 Eiern, von denen 8 faul sind, bei 4maligem ziehen ohne Zurücklegen genau 3 faule Eier erwischt, beträgt 3,59 %