4.5. Wann welche Verteilung ?

Wir haben jetzt mehrere Verteilungen kennen gelernt, mit deren Hilfe wir Wahrscheinlichkeiten P bestimmen können. Wir müssen jetzt abschließend noch genau herausarbeiten, wann welche Verteilung anzuwenden ist. Man kann nämlich unter bestimmten Voraussetzungen eine Verteilung durch eine andere Verteilung ersetzen. Das Wort ersetzen meint, dass der Wert der Verteilung, die man normalerweise anwenden müsste, durch eine andere Verteilung ausreichend genau genug angenähert werden kann.

Als erstes muss man entscheiden, ob es sich um ein Zufallsexperiment mit Zurücklegen oder ohne Zurücklegen handelt.

Ohne Zurücklegen: Hypergeometrische Verteilung
Mit Zurücklegen: Binomialverteilung

In der Praxis hat man festgestellt, dass man unter bestimmten Bedingungen die Hypergeometrische Verteilung durch die Binomialverteilung ersetzen kann, nämlich dann, wenn die Grundgesamtheit N (Ausgangssituation) viele Elemente besitzt (größer gleich 100) und die Eintrittswahrscheinlichkeit p für einen Treffer k klein ist (kleiner gleich 0,05 bzw. 5 %).

Ein anderer Ansatz ermöglicht das Ersetzen der Hypergeometrischen Verteilung durch die Normalverteilung wenn folgendes gilt:

$$n < Min\left(K; N - K\right)$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist dir vielleicht noch vom Kapitel Hypergeometrische Verteilung (S.162) ein Begriff. Schau dort evtl. nach. Die Anweisung „Min“ bedeutet nur, dass man den kleineren Wert von den beiden Werten in der Klammer nehmen und mit n vergleichen soll. Wenn n kleiner ist, dann kann man die Hypergeometrische Verteilung durch die Binomialverteilung ersetzen.

Unter bestimmten Voraussetzungen kann die Binomialverteilung durch die POISSON-Verteilung ersetzt werden, nämlich dann, wenn die Stichprobe n sehr groß (größer gleich 100) und die Eintrittswahrscheinlichkeit p für einen Treffer k sehr klein (kleiner gleich 0,05 bzw. 5 %) ist.

Die Binomialverteilung und die POISSON-Verteilung kann durch die Normalverteilung ersetzt werden, wenn der Stichprobenumfang n gegen unendlich läuft, also für sehr große n.

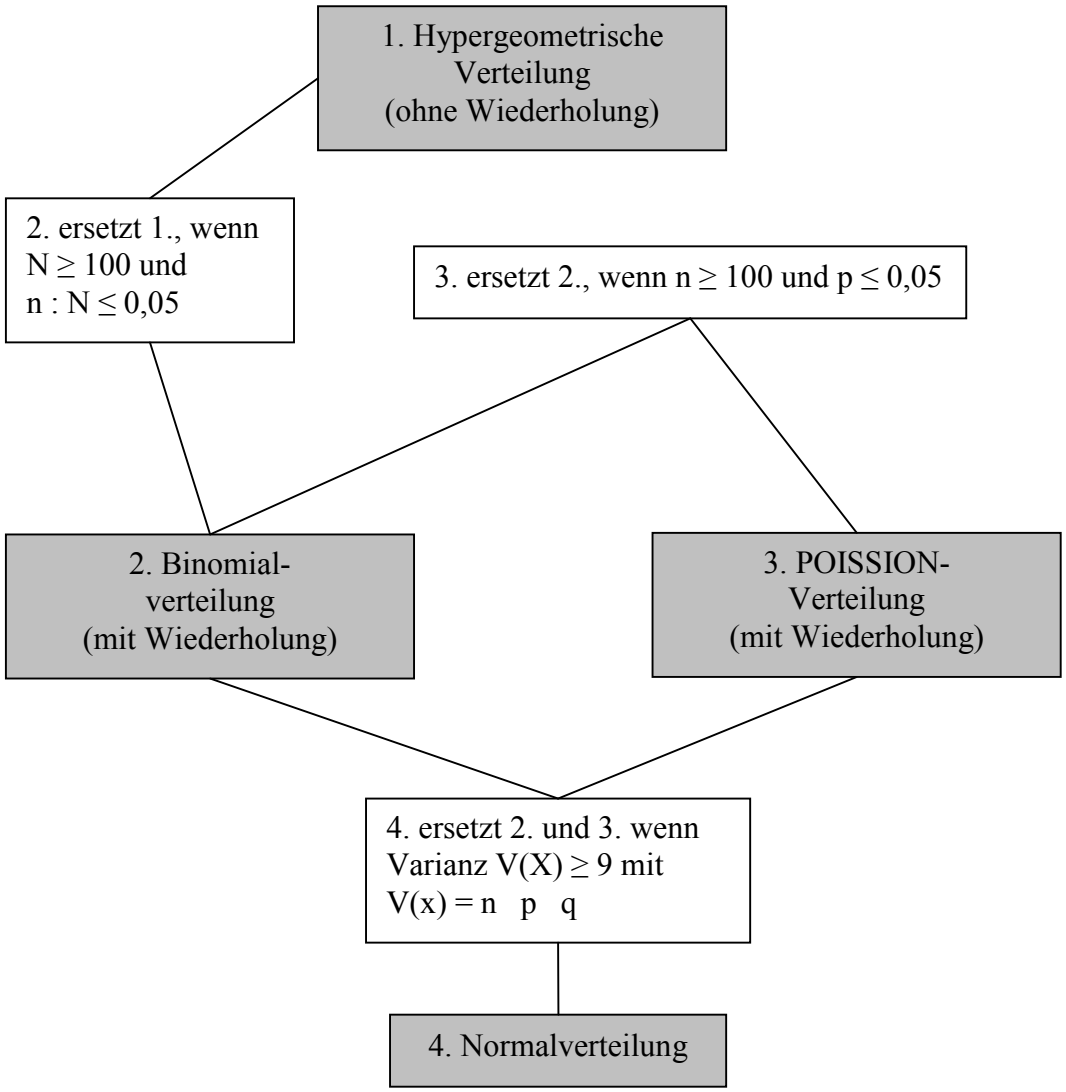
Die Normalverteilung ersetzt die Binomialverteilung und die POISSON-Verteilung, wenn aufgrund des sehr großen Stichprobenumfangs n die Varianz größer gleich 9 wird.

$$V(X) = n \cdot p \cdot q \geq 9$$

Schau dir diese Zusammenhänge bitte in dem Schema auf der folgenden Seite an.

Schematische Übersicht, wann welche Verteilung anzuwenden ist

Grundsätzlich ist die Entscheidung zwischen der Hypergeometrischen Verteilung und der Binomialverteilung zu treffen und zwar in Abhängigkeit von der Tatsache, ob das Zufallsexperiment mit oder ohne zurücklegen abläuft. Anschließend muss man nur noch entscheiden, ob die Voraussetzungen gegeben sind, dass man eine Verteilung durch eine andere Verteilung ersetzen also annähern kann.



Die im Schema verwendeten Buchstaben bzw. Variablen haben folgende Bedeutung

n = Anzahl der Versuchswiederholungen (Stichprobe)

p = Eintrittswahrscheinlichkeit für einen Treffer k

k = Anzahl der Treffer in der Stichprobe n

N = Anzahl der Elemente (Grundgesamtheit), aus der die Stichprobe genommen wird

K = Anzahl der Treffer in der Grundgesamtheit N

V(X) = Varianz