1.3. Ereignisalgebra

Mit Ereignismengen kann man auch "rechnen". Dabei haben die Symbole folgende Bedeutung

$$\cap = Schnittmenge$$
$$\cup = Vereinigungsmenge$$
$$Strich\ drüber = Gegenereignis$$
$$\Omega = Ergebnisraum$$
$$\{\ \} = leere\ Menge$$

1.3.1. Schnittmenge: Die Schnittmenge ist die Menge der gemeinsamen Elemente zweier oder mehr Mengen. Definieren wir die geraden Zahlen von 1 bis 10 als Menge A und die Zahlen 6 bis 10 als Menge B

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\} \qquad \text{und} \qquad B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$$

Für die Schnittmenge der beiden Mengen A und B ergibt sich dann

$$A \cap B = \{6, 8, 10\}$$

Also alle Elemente, die gerade Zahlen sind und zwischen 6 und 10 liegen.

1.3.2. Vereinigungsmenge: Die Vereinigungsmenge muss man sich wie einen Topf vorstellen, in den man einfach alles reinschüttet. Wenn wir obige Menge A und B in einen Topf schütten, dann erhalten wir

$$A \cup B = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

Bei der mengenmäßigen Berechnung der Vereinigungsmenge ist zu beachten, dass man zunächst beide Mengen addiert, und anschließend die Elemente einmal herausnehmen muss, die in beiden Mengen vorhanden sind, also man muss die Schnittmenge einmal herausnehmen, da diese Elemente wie gesagt doppelt drin sind. In unserem obigen Beispiel wären das die Zahlen 6, 8 und 10.

$$A \cup B = A + B - (A \cap B)$$

Aus diesem Zusammenhang leitet sich dann auch die Summenregel für die Wahrscheinlichkeit der Vereinigungsmenge ab

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Die Ereignisalgebra liefert uns auf jeden Fall dann die auf der folgenden Seite zusammengestellten Zusammenhänge:

Die Sätze im Einzelnen

Das **Kommutativgesetz** erlaubt Vertauschungen

$$A \cap B = B \cap A \qquad und \qquad A \cup B = B \cup A$$

Das **Assoziativgesetz** erlaubt unter bestimmten Voraussetzungen vertauschen von Klammern

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \quad und \quad (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Das **Distributivgesetz** ist mit dem ausmultiplizieren von Klammern vergleichbar

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$
$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Die **Sätze nach DE-MORGAN** lauten:

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \qquad und \qquad \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

Die folgenden Regeln sind eigentlich von sich heraus logisch

$$A \cap A = A \qquad und \qquad A \cup A = A$$

$$A \cap \overline{A} = \{\,\} \qquad und \qquad A \cup \overline{A} = \Omega$$

$$A \cap \Omega = A \qquad und \qquad A \cup \Omega = \Omega$$

$$A \cap \{\,\} = \{\,\} \qquad und \qquad A \cup \{\,\} = A$$

Die Bedeutung der einzelnen Symbole ist hier nochmals aufgeführt

$$\cap = Schnittmenge$$
$$\cup = Vereinigungsmenge$$
$$Strich\ drüber = Gegenereignis$$
$$\Omega = Ergebnisraum$$
$$\{\,\} = leere\ Menge$$

Insbesondere das Distributivgesetz und die Sätze nach DE-MORGAN kannst du mal versuchen, am VENN-Diagramm (nächste Seite) nachzuvollziehen. Wenn du wissen möchtest was das ist, schau im gleichnamigen Kapitel nach.